Albert Lothar Wiese, 2007

Ansätze für Verteilungen des Vektorwinkels Beta

Für den Anfang von Simulationen eines ortslosen HKG's werden einfache Verteilungen angenommen, welche die Stoßfrequenz in Abhängigkeit von den Relativgeschwindigkeiten beschreiben sollen.

Dazu vergleiche ich folgende Wahrscheinlichkeitsdichten für den Winkel β:

$$f3d(u,\beta) := \frac{\pi^{\frac{-3}{2}} \cdot \int_0^{\infty} \sin(\beta)\cdot\sqrt{v^2 + (2\cdot v\cdot u\cdot\cos(\beta)) + u^2}\cdot v^2\cdot e^{-v^2}\, dv}{\int_0^{\pi} \left[\pi^{\frac{-3}{2}} \cdot \int_0^{\infty} \sin(\beta)\cdot\sqrt{v^2 + (2\cdot v\cdot u\cdot\cos(\beta)) + u^2}\cdot v^2\cdot e^{-v^2}\, dv\right] d\beta} \qquad (1)$$

mit $\int_0^{\pi} f3d(1,\beta)\, d\beta = 1$

$$f(u,v,\beta) := \frac{2\cdot\pi\cdot\sin(\pi-\beta)\cdot\sqrt{u^2 + v^2 - 2\cdot u\cdot v\cdot\cos(\pi-\beta)}}{\int_0^{\pi} \sqrt{u^2 + v^2 - 2\cdot u\cdot v\cdot\cos(\pi-\beta)}\cdot(2\cdot\pi\cdot\sin(\pi-\beta))\, d\beta} \qquad (2)$$

mit $\int_0^{\pi} f(1,1,\beta)\, d\beta = 1$

$$g(u,v,\beta) := \frac{\sin(\beta)\cdot\sqrt{u^2 + v^2 + 2\cdot u\cdot v\cdot\cos(\beta)}}{\int_0^{\pi} (\sin(\beta))\cdot\sqrt{u^2 + v^2 + 2\cdot u\cdot v\cdot\cos(\beta)}\, d\beta} \qquad (3)$$

$$\int_0^{\pi} g(1,1,\beta)\, d\beta = 1$$

$$h(u,v,\beta) := \frac{\sin(\pi-\beta)\cdot\sqrt{u^2 + v^2 + 2\cdot u\cdot v\cdot\cos(\pi-\beta)}}{\int_0^{\pi} \sqrt{u^2 + v^2 + 2\cdot u\cdot v\cdot\cos(\pi-\beta)}\cdot(\sin(\pi-\beta))\, d\beta} \qquad (4)$$

$$\int_0^{\pi} h(1,1,\beta)\,d\beta = 1$$

$$R(u,v,\beta) := \frac{\sqrt{u^2+v^2-2\cdot u\cdot v\cdot \cos(\beta)}}{\int_0^{\pi}\sqrt{u^2+v^2-2\cdot u\cdot v\cdot \cos(\beta)}\,d\beta}$$

ist die einfache Relativgeschwindigkeit (5)

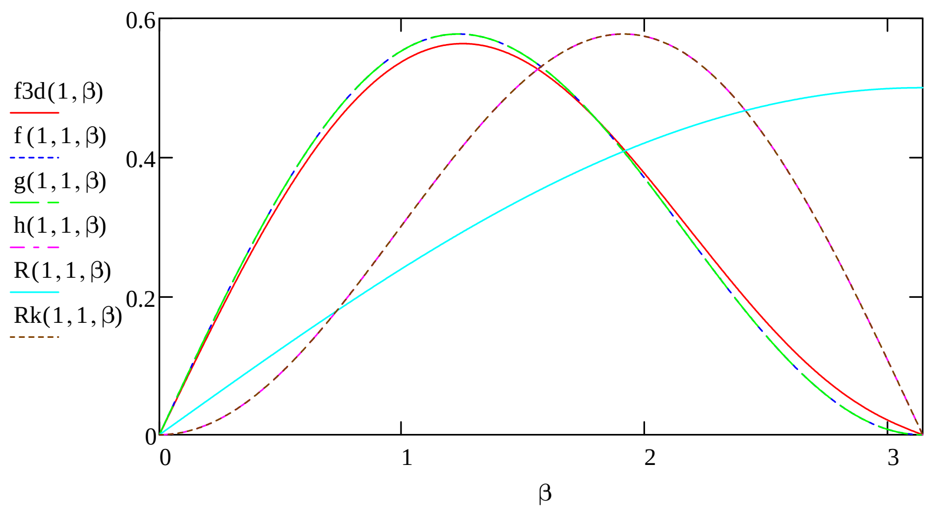
$$\int_0^{\pi} R(1,1,\beta)\,d\beta = 1$$

$$Rk(u,v,\beta) := \frac{\sin(\beta)\cdot\sqrt{u^2+v^2-2\cdot u\cdot v\cdot \cos(\beta)}}{\int_0^{\pi}\sin(\beta)\cdot\sqrt{u^2+v^2-2\cdot u\cdot v\cdot \cos(\beta)}\,d\beta}$$

ist die korrigierte Relativgeschwindigkeit nach Brendel (6)

$$\int_0^{\pi} R(1,1,\beta)\,d\beta = 1$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichten wurden mit dem Faktor $a_D(\beta)$ aus B-Stoss.pdf (44) gewonnen. $2\,\pi$ kürzt sich natürlich weg. Die Entscheidung ob β oder π-β richtet sich nur nach der Definition, wie der Winkel des Stoßpartners gemessen wird. Am besten wäre es, in den Definitionen das so zu korrigieren, dass bei dem in z-Richtung fliegenden Probeteilchen mit einem parallel fliegenden Stoßpartner begonnen wird.



Die Wahrscheinlichkeitsdichte (3) verwende ich jetzt zur Simulation. Ihr Verlauf ist logisch, weil der Winkel $\beta = 0$ am Pol liegt und deshalb selten vorkommt, ebenso wie der Winkel π. Das Maximum liegt nicht ganz bei $\pi / 2$, wie schon in B-stoss.pdf Abb. 8 gezeigt. (1) wird verworfen, weil die Zufälligkeit von u und v durch extra Zufallsgeneratoren berücksichtigt wird, (4) zeigt falschen Verlauf, weil eine Anhäufung bei Stößen von hinten auftreten würde. (2) und (3) sind identisch.